УДК 621.391

Г.В. Кіт

АЛГОРИТМ КЛАСИФІКАЦІЇ БІОМЕДИЧНИХ СИГНАЛІВ, ІНВАРІАНТНИЙ ВІДНОСНО ОБЕРТАННЯ

Проблема автоматичного розпізнавання образів, класифікації та діагностики, що виникає при обробці біомедичних сигналів, є проблема виділення повної системи істотних ознак сигналу, інваріантних відносно оператора узагальненого зсуву, вирішення якої дозволяє достовірно проводити процедуру ідентифікації і відновлення вхідного сигналу зорової системи. Виділення інваріантних ознак сигналу, що зазнав перетворень (зсуву, повороту, масштабування) в системах розпізнавання, дозволяє відокремити інформацію про характеристики сигналу від інформації про ці перетворення. Крім того, задача інваріантного розпізнавання пов'язана із задачею стиску інформації з метою скорочення інформаційної надмірності. Хоча задача інваріантної обробки сигналів сформульована давно [1], і розроблено значну кількість спеціальних методів спектрального аналізу на групах, методу моментів тощо, але жоден з них не дає загального вирішення задачі.

В [2,3] запропоновано алгоритми виділення ознак дискретного сигналу, інваріантних відносно зсуву та масштабування, що ґрунтуються на використанні базисних функцій Кравчука. В [4] запропоновано алгоритм відновлення істотних ознак біомедичних сигналів, інваріантних відносно обертання, який також грунтується на використанні базисних функцій Кравчука.

Нехай на вхід системи надходить сигнал $y(t)$, який описує функцію розподілу яскравості зображення. Нехай функція $y(t)$ зазнала деяких перетворень (повороту), що задаються операторами узагальненого зсуву R^s (о.у.з.) [6]: $y[s(i)] = R^s\, y(i), i \in Q, Q$ – дискретна множина. Отже, на вхід системи розпізнавання надходить перетворений сигнал $y[s_0(i)]$ із деякими параметрами перетворення $s_0(i)$. Задача полягає у тому, щоб визначити параметри $s_0(i)$ перетворення і виділити характерні особливості самого сигналу.

Отже, задача полягає у відшуканні таких параметрів перетворення, що

$$W(s, s_0) = \sum_{k\in M} |c_k(s, s_0)|^2 \to \max, \tag{1}$$

де M – підмножина номерів узагальнених спектральних коефіцієнтів. Підмножина M формується таким чином: відшукуються узагальнені спектральні коефіцієнти сигналу, квадрати яких мають найбільші значення, і номери цих спектральних коефіцієнтів складають множину M.

Узагальнені спектральні коефіцієнти сигналу $y(t)$ обчислюються за формулою

$$c_k^{(p)}(j)=\sum_{i=0}^{N-1} y(i)F_k^{(p)}\left((j-i)\operatorname{mod} N, N\right);\ j,k=\overline{0,N-1}. \tag{2}$$

Після визначення максимуму функціонала енергії $W^{(p)}(s,s_0)$, який досягається саме тоді, коли значення $s(i)$ співпадуть із прихованими значеннями $s_0(i)$, сигнал $y(i)$ наближено відновлюється за формулою

$$\tilde{y}(i)=\sum_{k\in M} c_k(s_0,s_0)R^{s_0}F_k^{p_0}(i,N). \tag{3}$$

Застосування ортонормованих базисних функцій Кравчука для побудови алгоритму, інваріантного відносно групи обертань створює певні проблеми, що виникають при їх використанні. Тому у даній роботі пропонується для побудови алгоритму, інваріантного відносно групи обертань використовувати дискретне перетворення Карунена—Лоева. При цьому загальний алгоритм (1)—(3) відновлення сигналу залишається у силі.

Розглянемо дискретне перетворення Карунена—Лоева, що є спеціальне лінійне перетворення у векторному просторі. Будемо здійснювати послідовні перетворення координат за формулою

$$\mathbf{Y}^{(n-1)}=\mathbf{T}^{(n-1)}\mathbf{Y}^{(n)}, \tag{4}$$

де $\mathbf{Y}^{(n-1)}$, $\mathbf{Y}^{(n)}$ – образи будь-якого фіксованого вектора $\mathbf{V}\in\mathbf{L_n}$ відповідно у вихідній і перетвореній системах координат відносно n-го перетворення; $\mathbf{T}^{(n-1)}$ – матриця n-го перетворення ($\mathbf{Y}^{(0)}=\mathbf{V}$). У якості матриць перетворень використовуються

$$\mathbf{T}^{(n-1)}=\mathbf{T}_{i_{n-1},j_{n-1}}=\begin{bmatrix} 1 & \cdots & i_{n-1} & \cdots & j_{n-1} & \cdots & 0 \\ & 1 & \cos\alpha_{n-1} & \cdots & -\sin\alpha_{n-1} & \cdots & . \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & . \\ . & \ddots & \sin\alpha_{n-1} & \cdots & \cos\alpha_{n-1} & & \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 1 \end{bmatrix} \tag{5}$$

Матриці обертання $\mathbf{T}^{(n-1)}$ є ортогональні, тобто

$$\mathbf{T}^{(n-1)}(\mathbf{T}^{(n-1)})^{*}=\mathbf{E},\ (\mathbf{T}^{(n-1)})^{*}=(\mathbf{T}^{(n-1)})^{-1}.$$

$$\mathbf{Y}^{(n)}=(\mathbf{T}^{(n-1)})^{*}\mathbf{Y}^{(n-1)}.$$

Звідси випливає, що для векторів $\mathbf{Y}^{(n)}=[y_1^{(n)},y_2^{(n)},\ldots,y_m^{(n)}]^{*}$, $\mathbf{Y}^{(n-1)}=[y_1^{(n-1)},y_2^{(n-1)},\ldots,y_m^{(n-1)}]^{*}$ справедливі співвідношення

$$y_k^{(n-1)}=y_k^{(n)},\ k=\overline{1,m},\ k\neq i_{n-1},\ k\neq j_{n-1};$$

$$y_{i_{n-1}}^{(n-1)} = y_{i_{n-1}}^{(n)} \cos\alpha_{n-1} - y_{j_{n-1}}^{(n)} \sin\alpha_{n-1}; \tag{6}$$

$$y_{j_{n-1}}^{(n-1)} = y_{j_{n-1}}^{(n)} \sin\alpha_{n-1} + y_{i_{n-1}}^{(n)} \cos\alpha_{n-1}.$$

З геометричної точки зору n-е перетворення являє собою обертання системи координат на кут α_{n-1} у координатній площині, що утворена i_{n-1}-ю та j_{n-1}-ю осями координат. При ортогональних перетвореннях зберігаються незмінними норми векторів та кути між ними. Отже, перетворення Карунена—Лоева є інваріантне відносно обертання.

Позначимо матрицю ітогового перетворення, що складається із n послідовних перетворень обертання:

$$Q^{(n)} = T_{i_0 j_0} T_{i_1 j_1} \cdots T_{i_{n-1} j_{n-1}};\ \mathbf{D} = \frac{1}{q}\mathbf{X}\mathbf{X}^T;\ \mathbf{D}^{(n)} = \frac{1}{q}\mathbf{X}^{(n)} \left[\mathbf{X}^{(n)}\right]^T.$$

Тоді

$$\mathbf{X_j^{(n)}} = [Q^{(n)}]^T \mathbf{X}_j,\ j = \overline{1, q}.$$

За рахунок вибору конкретних пар осей i_{n-1}, j_{n-1} і кутів обертання α_{n-1} при різних значеннях n, а також кількості обертань можна забезпечити певні додаткові властивості ортогонального перетворення. Позначимо

$$\mathbf{D}^{(n)} = (Q^{(n)})^T \mathbf{D} Q^{(n)} = [d_{i,j}^{(n)}],\ i, j = \overline{1, n}.$$

Можна вибрати таку послідовність перетворень обертання, що їх композиція-перетворення із матрицею $Q^{(n)}$ призведе матрицю $\mathbf{D}$ до діагонального вигляду

$$\mathbf{D}^{(n)} = \Lambda = \mathrm{diag}(\lambda_k),\ k = \overline{1, m}.$$

При обертанні системи координат у просторі L_n кути повороту α_{n-1} визначаються як

$$\alpha_{n-1} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2d_{i_{n-1}, j_{n-1}}^{(n-1)}}{d_{i_{n-1}, i_{n-1}}^{(n-1)} - d_{j_{n-1}, j_{n-1}}^{(n-1)}}, \tag{7}$$

де індекси осей координат i_{n-1}, j_{n-1} визначаються із умов мінімізації кількості обертань, що приводять матрицю $\mathbf{D}$ до діагонального вигляду. Матриця $\mathbf{T} = \mathbf{Q}^{(n)}$ є так званою модальною матрицею, стовпці якої є нормовані і лінійно незалежні власні вектори t_k, $k = \overline{1, m}$ матриці $\mathbf{D}$, що відповідають її власним значенням λ_k.

Отже, за даними вектора спостережень $\mathbf{X}$ визначається матриця $\mathbf{D}$, будується матриця $Q^{(n)}$ перетворення для різних n, визначаються власні значення λ_k цієї матриці та власні вектори $\mathbf{t}_k$ – матриця $\mathbf{T}$.

Перетворений вектор параметрів визначається як ортогональне лінійне перетворення

ISSN 1562-9945

$$\mathbf{F} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{X}, \ \mathbf{T}\mathbf{T}^{\mathbf{T}} = \mathbf{E}. \tag{8}$$

Після визначення матриці $\mathbf{T}$ її стовпці $\mathbf{t}_k$ можна трактувати як ортонормований базис простору об’єктів L_m, а значення компонент F_{jk}, $k = \overline{1, m}$ як координати вектора $\mathbf{x}_j$ у цьому базисі.

Алгоритм виділення істотних ознак біомедичного сигналу на ґрунті дискретного перетворення Карунена—Лоева, інваріантного відносно обертання, критерієм оптимальності якого є вираз (1), застосовувався до обробки електрокардіограми,

Сигнал відновлюється відповідно з (3).

На рис. 1 наведено вихідний сигнал – електрокардіограма. На рис. 2 наведено графіки функціоналів енергії, на рис. 3 – відновлений сигнал.

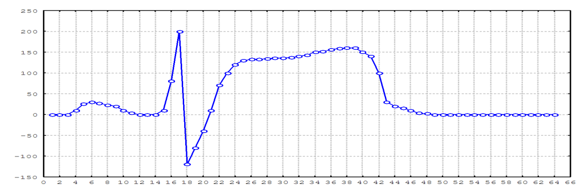

Рис. 1 – Вхідний сигнал (електрокардіограма)

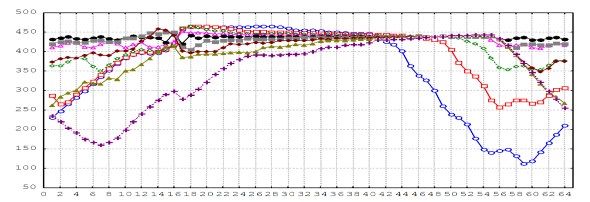

Рис. 2 – Графіки функціоналів енергії $W^{(p)}(i, i_0)$ для $i = \overline{0, 63}$, $p = 0,1; 0,2; \ldots; 0,9$.

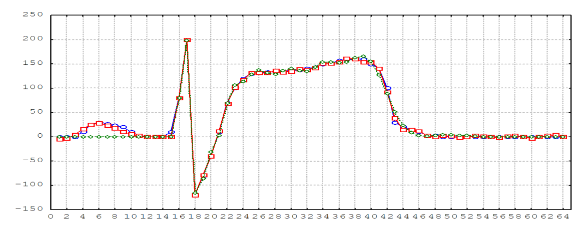

Рис. 3 – Відновлений сигнал з похибками $\tilde{\varepsilon} = 0,1$ та $\tilde{\varepsilon} = 0,04$.

Запропоновано математичну модель інваріантної обробки зображень у зоровій системі, в основу якої покладено побудову функціоналу, який досягає максимуму, коли значення перетворення $s(i)$ співпадуть з прихованими перетвореннями сигналу $s_0(i)$. Розроблено програмне забезпечення для обробки одновимірних сигналів, яке може бути використано для вирішення задач стиску та відновлення електрокардіограм, електроенцефалограм та інших біомедичних сигналів.

Література

1. Левитан Б.М. Теория операторов обобщенного сдвига. – М.: Наука, 1973. - 312с.
2. Забара С.С., Філімонова Н.Б., Кіт Г.В. Інваріантне розпізнавання образів зоровою системою за допомогою функцій Кравчука// Восточно-Европейский журнал передовых технологий, Харьков, 6/2 (30) , 2007.
3. Забара С.С., Філімонова Н.Б., Зеленський К.Х. Метод виділення інваріантних ознак сигналів.//Доповіді АН України, К: – Наукова думка, 2009, 2, С. 49-55.
4. Забара С.С., Кіт Г.В. Алгоритми виділення істотних ознак сигналу зорових систем, інваріантних відносно зсуву і обертання.//Університет "Україна", Наукові вісті.—2009, 6.—С. 37—43.

Отримано 14.03.2009 р.